

Prüfer: Prof. Dr. Petersson
Beisitzer: F. Rosemeier
Datum: 19.12.2000
Kurs: 22110 Mathematik für Informatiker I (10/97 für 1181)
Dauer: 25 Minuten
Note: 1,7

grober Frage-/Antwortenüberblick „ohne Gewähr“

- 1) Was ist lineare Unabhängigkeit für Vektoren v_1 bis v_n Element V ?
Definition und Erläuterung
- 2) Und was ist, wenn man nur einen Vektor nimmt?
Nullvektor linear abhängig, alle anderen linear unabhängig
- 3) Was ist der Zusammenhang zur Basis von V ?
Basis ist maximal linear unabhängig und minimales Erzeugendensystem von V
Basis enthält für ein endlich erzeugten n -dimensionalen Vektorraum genau n Elemente
alle Basen für n -dimensionalen Vektorraum enthalten genau n Elemente
usw.
- 4) Ist das so selbstverständlich?
Muss explizit bewiesen werden (Beweis wurde nicht mehr verlangt und war offenbar als „klar“ erledigt ☺ ...)
- 5) Was ist ein lineares Gleichungssystem?
 $L(G) : K^n \rightarrow K^m \quad Ax = w$
 $L(G^0) : K^n \rightarrow K^m \quad Ax = 0$
- 6) Wie sehen die Lösungen aus? Was hat das mit Vektoren zu tun?
Lösungsmengen vgl. Kurstext. Die Lösungsmenge von $L(G^0)$ sind Vektoren und Untervektorraum von K^n
- 7) okay, das mit den Untervektorräumen ist ja offensichtlich klar. Was ist denn mit der Dimension des Untervektorraums $L(G^0)$? Ist $L(G)$ auch ein Untervektorraum von K^n ?
 $\dim L(G^0) \leq \dim V$
 $L(G)$ Untervektorraum von V nur für $w=0$, sonst nicht, denn der Nullvektor ist dann nicht enthalten
- 8) Wie ist das jetzt mit der Dimension in dem linearen Gleichungssystem?
 $\text{Kern } f + \text{Bild } f = \dim V$
- 9) Was für ein f ? geht da jedes f ? Schreiben Sie mal auf, was Kern f ist. Was hat der Kern für eine Dimension?
 $f: K^n \rightarrow K^m$ mit $f(x) = \underset{A}{I}_A(x) = Ax$
nein, nur lineare Funktionen, also Homomorphismen
 $\text{Kern } f := \{ x ; f(x) = 0 \}$
 $\dim \text{Kern } f = n - \text{rang } A$
- 10) Warum jetzt n und $\text{rang } A$?
 $n := \dim V$ und $\text{rang } A := \dim \text{Bild } f$ für oben definiertes f per Definition
- 11) Was ist denn Ax ?
Eine Matrizenmultiplikation, allerdings schon ein Spezialfall mit einer Matrix $\in \text{Mat}_{n,1}(K)$, also einem Spaltenvektor.
- 12) Das mit der Definition der Matrizenmultiplikation sparen wir uns mal. Was ist an der Matrizenmultiplikation überhaupt besonderes?
sie ist i.d.R. nicht kommutativ, wenn überhaupt definiert. außerdem nicht Nullteilerfrei.
Aus $AB=0$ folgt nicht zwingend $A=0$ oder $B=0$.
- 13) Gibt es denn solche Matrizen, die kommutativ multipliziert werden können?
die invertierbaren Matrizen, diese sind notwendigerweise quadratisch, also $\in \text{Mat}_n(K)$;

Eine Matrix $P \in \text{Mat}_n(K)$ ist invertierbar genau dann, wenn eine Matrix $P^{-1} \in \text{Mat}_n(K)$ existiert mit $PP^{-1}=P^{-1}P=1_n$.

- 14) Diese Matrix wird ja bekanntlich die „inverse Matrix“ genannt. Warum darf man das tun? weil P^{-1} eindeutig definiert ist.
- 15) Können Sie das beweisen?
Beweis wie im Kurstext hinschreiben und erläutern.
- 16) Kennen Sie einen unendlich erzeugten Vektorraum?
Pol K
- 17) Wofür braucht man überhaupt Polynome? Wir machen doch lineare Algebra! für die Bestimmung von Eigenwerten einer Matrix über die Determinante; also die charakteristische Gleichung.
- 18) Wie sieht die charakteristische Gleichung aus?
 $\chi_A(x) = \det(x1_n - A)$ mit $A \in \text{Mat}_n(K)$
- 19) Was sind Eigenwerte?
 λ ist Eigenwert, wenn es einen Vektor v gibt mit $Ax = \lambda x$
- 20) Sind da alle Vektoren und Skalare zulässig?
 λ ohne Einschränkung (insbesondere inkl. Null als Eigenwert), Eigenvektor $v \neq 0$
- 21) Was ist mit dem Polynom aus der charakteristischen Gleichung? Von welchem Grade ist es?
Da es durch A bestimmt wird, ist es vom Grade n
- 22) Ist das Polynom normiert und was ist das überhaupt?
Bei einem normierten Polynom ist der höchste Leitkoeffizient gleich Eins. Es ist normiert.
- 23) Hat es Nullstellen?
für R nicht unbedingt, für C schon.

Hier wäre jetzt noch Diagonalisierung und der Algebraische Fundamentalsatz gekommen (konnte man von den Lippen ablesen), aber die Zeit war rum, weil ich zwischendurch meine schriftlichen Ausführungen nicht im ersten Rutsch richtig hatte und formal nachbessern musste, bzw. um durch das Aufschreiben als Gedankenbrücke die Fragen wieder richtig einsortieren sollte. In diesem Punkt ist Prof. Petersson ausgesprochen fair.

Fazit

Prof. Petersson bietet eine zwanglose (i.d.R. telefonische) Vorbesprechung an, die man nutzen sollte. Er macht zwar keine Einschränkungen zum Kurs- bzw. Prüfungsumfang, die über das Weglassen der beiden kleingedruckten Passagen und des Anhangs hinausgehen, formuliert aber schon, welche Kernthemen er für „minimum required“ erachtet. So ist zumindest der roten Faden für die Prüfung schon mal klar.

Obwohl Prof. Petersson in Klausuren dafür bekannt ist, Definitionen aufs Detail hin abzufordern (und ordentlich mit Punkten zu belohnen) und dies auch für die mündliche Prüfung angekündigt hat, wollte er von mir bis auf die Definition für lineare Unabhängigkeit und Kern keine tiefgreifenden formalen Gesichtspunkte aus den zahlreichen Definitionen und Sätzen des Kurses wissen, sondern fragte mehr nach Zusammenhängen (geht aus meinem Fragen- und Antwortenpool von oben nicht unbedingt offensichtlich hervor). Das setzt allerdings voraus, dass man tatsächlich einen Gesamtüberblick über den Kurstext und -themen noch rekonstruieren kann.

An diesem Punkt kann die Prüfung bestimmt sehr leicht ungeplante Entwicklungen nehmen — passte bei mir aber ganz gut.

Die Atmosphäre war vor allem ruhig. Nur mit dem pünktlichen Beginn klappte das nicht so wie geplant (akademische Viertelstunde verspäteter Beginn). Nervöse Zeitgenossen sollten ggf. eine Anstaltspackung Baldrian einkalkulieren.

Als allgemeine Vorbereitung sind die gesammelten Prüfungsprotokolle vom Asta / RuF umfassend. Ich habe zur Vorbereitung alle Definitionen und Sätze (ohne Beweisführung) aus dem Kurstext abgeschrieben und die Skripte von Manfred Schulte zu den Studientagen als grobe Zusammenfassung damit verglichen.